

Estadística - Tema 5

1. Analisis de varianza con un factor

E	A	B	C
7'6	7'2	6'8	6'8
8'0	6'5	5'6	6'2
9'1	7'9	6'2	5'5
8'5	6'8	5'8	7'1
7'4	7'6	6'6	6'3

TABLA ANOVA

Fuentes de variación	SC	g.L	SCM	F
Entre los grupos	V_E	$K-1$	$\frac{V_E}{K-1}$	$\frac{V_E/(K-1)}{V_D/(N-1)}$
Dentro de los grupos	V_D	$N-K$	$\frac{V_D}{N-K}$	
Total	V_T	$N-1$		

V_E : Variabilidad entre grupos N : número total de observaciones
 V_D : Variabilidad dentro de los grupos K : número de grupos
 $V_T = V_E + V_D$

$r^2 = \frac{V_E}{V_T}$ coeficiente de determinación $F_{(K-1, N-K)}^{1-\alpha}$

Hipótesis:

H_0 : Todas las medias son iguales
 H_1 : Al menos una media es distinta

Ejemplo 1:

TABLA ANOVA $N=20$ $K=4$

Fuentes de variación	SC	g.L	SCM	F
Entre los grupos	11'58	3	3'86	10'72
Dentro de los grupos	5'76	16	0'36	
Total	17'34	19		

$F_{(3, 16)} = 3'239$
 Región crítica
 $C = [3'239, \infty)$

Rechazamos la hipótesis nula
 Aceptamos la hipótesis alternativa

2. Analisis de la varianza con factor y bloque

	Marca		
	A	B	C
LABORATORIO 1	3'8	2'7	3'6
LABORATORIO 2	1'6	5'2	7'5
LABORATORIO 3	2'7	2'8	6'4
LABORATORIO 4	1'7	1'9	2'6
LABORATORIO 5	2'0	4'8	8'1

TABLA ANOVA

Fuentes de variación	SC	g.L	SCM	F
Entre marcas	$V_E(\alpha)$	$a-1$	$\frac{V_E(\alpha)}{a-1}$	$F_{\alpha} = \frac{\hat{S}_{\alpha}^2}{\hat{S}_R^2}$
Entre laboratorios	$V_E(\beta)$	$b-1$	$\frac{V_E(\beta)}{b-1}$	$F_{\beta} = \frac{\hat{S}_{\beta}^2}{\hat{S}_R^2}$
Residual	V_R	$(a-1)(b-1)$	$\frac{V_R}{(a-1)(b-1)}$	
Total	V_T	$ab-1$		

Ejemplo 2:

TABLA ANOVA $a=3$ $b=5$ $\alpha=0'05$

Fuentes de variación	SC	g.L	SCM	F
Entre marcas	27'80	2	13'90	5'99
Entre laboratorios	16'54	4	4'135	1'78
Residual	18'56	8	2'32	
Total	62'90	14		

$S_{\alpha}^2 = \frac{V_E(\alpha)}{a-1}$ $\hat{S}_R^2 = \frac{V_R}{(a-1)(b-1)}$

$S_{\beta}^2 = \frac{V_E(\beta)}{b-1}$

a : número de marcas
 b : número de laboratorios

Hipótesis:

$$\left\{ \begin{array}{l} 1 - \alpha \\ a-1, (a-1)(b-1) \end{array} \right.$$

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_a = 0$$

$$H_1: \text{No todos los } \alpha_i \text{ son nulos.}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0.95 \\ 2,8 = 4.459 \end{array} \right.$$

Rechazamos la hipótesis nula
Aceptamos la hipótesis alternativa

Región crítica
 $\bar{C} = [4.459, \infty)$

3. Analisis de la varianza con dos factores

		Variedad			
		1	2	3	4
A	A	35	45	24	55
		26	39	23	48
B	B	38	34	36	34
		20	43	29	49
N	C	55	64	58	68
		44	57	74	61
O	C	69	62	49	60
		64	61	69	75
		97	93	89	82
		89	91	98	78
		78	82	85	89
		99	98	87	92

} n=4

TABLA ANOVA

Fuentes de variación	SC	g.L	SCM	F
Variedades	306.50	3	102.166	2.07
Abonos	250.163	2	115.463	233.98
Interacción	1134.38	6	189.063	3.83
Residual	1776.50	36	49.35	
Total	26310.00	47		

$\alpha = \text{dos}$

Región Crítica
 $[2.900, \infty)$

$$\left\{ \begin{array}{l} (b-1, ab(n-1)) \\ 1 - \alpha \end{array} \right.$$

→ sobre el factor B (abonos)

$$\left\{ \begin{array}{l} 0.95 \\ (3, 36) = 2.900 \end{array} \right.$$

TABLA ANOVA

Fuentes de variación	SC	g.L	SCM	F
Factor A	$V_E(\alpha)$	$a-1$	\hat{S}_α^2	$F_\alpha = \frac{\hat{S}_\alpha^2}{\hat{S}_R^2}$
Factor B	$V_E(\beta)$	$b-1$	\hat{S}_β^2	$F_\beta = \frac{\hat{S}_\beta^2}{\hat{S}_R^2}$
Interacción	$V_E(\alpha\beta)$	$(a-1)(b-1)$	$\hat{S}_{\alpha\beta}^2$	$F_{\alpha\beta} = \frac{\hat{S}_{\alpha\beta}^2}{\hat{S}_R^2}$
Residual	V_R	$ab(n-1)$	\hat{S}_R^2	
Total	V_T	$abn-1$		

$$\hat{S}_\alpha^2 = \frac{V_E(\alpha)}{a-1} \quad \hat{S}_\beta^2 = \frac{V_E(\beta)}{b-1}$$

$$\hat{S}_{\alpha\beta}^2 = \frac{V_E(\alpha\beta)}{(a-1)(b-1)} \quad \hat{S}_R^2 = \frac{V_R}{ab(n-1)}$$

$$V_T = V_E(\alpha) + V_E(\beta) + V_E(\alpha\beta) + V_R$$

Hipótesis: sobre el factor a (Variedades)

$$H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_a = 0$$

$H_1: \text{No todos los } \alpha_i \text{ son nulos}$